

**Tutkimusraportti
BVAL73-001057**

**DISKREETTIEN SIGNAALIEN ANALYSOINTIMENE-
TELMIÄ**

Jyrki Tervo

Espoo 5.11.2001

A Työraportti	
B Julkinen tutkimusraportti	X
Tutkimusraportti luottamuksellinen saakka	

Raportin nimi Diskreettien signaalien analysointimenetelmiä		
Toimeksiantaja/rahoittaja ja tilaus pvm/nro TEKES, Teollisuus, VTT	Raportin numero BVAL73-001057	
Projektin nimi Käki Diagnostiikka	Suoritteen numero V9SU00886	
Laatiija(t) Jyrki Tervo	Sivujen/liitesivujen lukumäärä 25 / -	
Avainsanat aika, taajuus, signaali, aaloke, Wigner-Ville, FFT		
Tiivistelmä <p>Tässä selvityksessä käsitellään diskreetille Fourier-muunnokselle ja sen nopeasti suorittaville algoritmeille (nopea Fourier-muunnos eli FFT) vaihtoehtoisia menetelmiä, joista tärkeimpänä suhteellisen uutta diskreettiä aaloke-muunnosta (DWT). Lisäksi esitellään lyhyesti muita signaalien esitystapoja aika-taajuustasossa. Raportissa keskitytään menetelmiin, joilla voi olla käyttöä koneiden kunnonvalvonnan mittaussignaalien analysoinnissa.</p>		
Allekirjoitukset, Espoo 5.11.2001		
Kenneth Holmberg Tutkimuspäällikkö	Jyrki Tervo Erikoistutkija	Tarkastanut
Jakelu (asiakkaat ja VTT):		
VTT VALMISTUSTEKNIikka Käyttötekniikka	Metallimiehenkuja 6, Espoo PL 1702 02044 VTT	Puh.vaihde (09) 4561 Faksi (09) 460 627 WWW: http://www.vtt.fi/manu/
<p><i>VTT:n nimen käyttäminen mainonnassa tai tämän raportin osittainen julkaiseminen on sallittu vain VTT:ltä saadun kirjallisen luvan perusteella.</i></p>		

Alkusanat

Raportti on laadittu Käyttövarmuus kilpailutekijänä teknologiaohjelman metalliteollisuuden osuuden menetelmäprojektissa M9 - Koneiden ja laitteiden kunnon ja käyttöolosuhteiden monitorointi ja diagnostiikka. Projektin rahoitukseen ovat osallistuneet TEKES, pilottiyrietykset ja seurantayrietykset. Pilottiyrietykset ovat Metso Paper, Rautaruukki Raahe Steel ja Lillbacka. Projektin seurantayrietykset ovat Metso Minerals ja Outokumpu Pori Copper.

Espoo, 5.11.2001

Tekijät

Sisällysluettelo

1	Johdanto	4
2	Fourier-muunnokset.....	5
3	Wigner-jakaumat.....	6
4	Aallokkeet.....	7
4.1	Aallope- ja Fourier-muunnos.....	7
4.2	DWT eli diskreetti aallokemuunnos	12
5	Esimerkkejä aallokkeiden soveltamisesta.....	18
5.1	Esimerkki 1	18
5.2	Muita esimerkkitapauksia	21
6	Signaalinkäsittelymenetelmien vertailu.....	22
7	Yhteenveto	22

1 Johdanto

Signaalit voidaan jakaa ajan suhteen jatkuviin ja diskreetteihin signaaleihin. Diskreettiä signaalia kutsutaan myös sekvenssiksi. Jatkuvat signaalit esitetään normaalilla aika-akselilla reaalityyppisillä, kun taas diskreetti aika-akseli esitetään ainoastaan kokonaislukuja saavan indeksin n avulla. Tasavälisessä näytteistyksessä jatkuvan signaalin $x(t)$ ja diskreetin signaalin $x[n]$ välillä on yhteys (Aumala ym., 1998)

$$x[n] = x(n\Delta t + t_0), \quad (1)$$

missä n on juokseva indeksi (0, 1, 2, ...), Δt on näytteenottoväli, ja t_0 on näytteistuksen alkuehtä.

Lisäksi signaalit voidaan jaotella satunnaisiin ja deterministisiin. Deterministiset signaalit jaotellaan edelleen jaksollisiin ja jaksottomiin signaaleihin.

Signaaleille tehdään matemaattisia muunnoksia, jotta saataisiin esille tietoa mitä ei mitatusta signaalista voida suorasta kädeltä saada. Mitatut signaalit ovat tavallisesti aikatason signaaleja, eli niillä on ajan funktiona muuttuva amplitudi. Signaaleille on mahdollista tehdä useita erilaisia analyysejä, mitkä riippuvat signaalin luonteesta. Useimmin tehdään oletus että signaali on stokastinen eli satunnainen, jolloin käytetyimpiä muunnoksia ovat Fourier muunnokset ja värähtelymittauksissa erityisesti FFT (Fast Fourier Transformation eli nopea Fourier muunnos), millä aikatason signaali muunnetaan taajuustasoon. Taajuustasossa signaalin amplitudi esitetään taajuuden funktiona. Saavutetusta taajuusspektristä nähdään mitä taajuuksia signaalilla on ja kuinka paljon niitä on. Käytännössä signaaleilla on useita taajuuskomponentteja, eli niissä esiintyy useita erisuuruksia taajuuksia.

Todellisten signaalien taajuusspektri on aina symmetrinen. Tästä johtuen kirjallisuudessa ei yleensä esitetä koko spektriä, vaan ainoastaan sen positiivinen puolikas.

Signaalien sisältämää tietoa taajuudesta tarvitaan mm. vikojen paikallistamiseksi tai tunnistamiseksi koneissa ja laitteissa. Lääketieteessä vastaavaa taajuusanalyysiä tarvitaan mm. ECG-signaaleja tulkittaessa. Muita sovellutuskohteita ovat mm. radio- ja teleliikenne, kuvan käsittely tai äänen käsittely. Signaaleille tehtäviä muunnoksia on olemassa pitkä lista, kuten mm. Hilbert muunnos, SFT eli lyhyt Fourier muunnos, Wigner-jakaumat, Radonmuunnos ja aallokemuunnos. Jokaisella muunnoksella on oma käyttöalueensa ja ominaisuutensa, joihin perehtyminen tietenkin ottaa aikansa. Esimerkiksi Hilbert muunnos soveltuu hitaan pyörimisliikkeen analysointiin (Vidqvist, 2000). Tässä selvityksessä pääpaino on lähinnä ehkä vielä suhteellisen vähän tunnetuilla aika-taajuus jakaumilla, joita verrataan käytetyimpään menetelmään eli Fourier-muunnokseen. Käytetyimmät aika-taajuus jakaumien laskentakeinot ovat aallokkeet (wavelet) ja Wigner-jakaumat.

2 Fourier-muunnokset

Satunnaissignaalien analyysi perustuu tilastomatematiikkaan. Satunnaisprosessista ajan funktiona mitattu signaali on näytesignaali. Satunnaisuudesta aiheutuu, että näytesignaali voidaan määrittellä tarkasti vasta mittauksen jälkeen. Satunnaissignaalia ei voida esittää tarkasti millään algoritmilla (Aumala ym., 1998; Newland, 1994).

Fourier-muunnoksella signaali jaetaan taajuuskomponentteihin, joiden suhteellinen intensiteetti saadaan samalla määritettyä. Fourier-muunnos ei kuitenkaan välitä tietoa siitä millä ajanhetkellä taajuudet esiintyvät. Fourier-muunnosta käytetään yleisesti signaalien sisältämien taajuuksien analysointiin ja se voidaan tehdä jatkuvalla tai epäjatkuvalla (diskreetille) signaalille. Seurauksena on joukko (äärellinen tai ääretön) muunnoskertoimia, jotka kuvaavat signaalin sisältämiä taajuuksia. Fourier-analyysin ideana on selvittää voidaanko tietty signaali esittää kompleksisten eksponenttifunktioiden painotettuna summana eli lineaarikombinaationa. Mikäli se on mahdollista, niin kunkin funktion painokerroin pyritään ratkaisemaan. Painokertoimista voidaan päätellä kuinka paljon signaalissa on kyseistä taajuutta sekä kyseisen taajuuskomponentin vaihe. (Aumala ym., 1998; Newland, 1994)

Analysoitaessa signaalin taajuussisältöä numeerisesti käytetään diskreettiä Fourier-muunnosta (DFT), missä tehdään muunnos äärellisen pituiselle sekvenssille. DFT:n tulos on myös diskreetti, eli tuloksessa on äärellinen määrä arvoja. Muut muunnostyypit ovat lähinnä teoreettisia työkaluja, joita käytetään esimerkiksi suodattimien suunnittelussa. Kyseiset laskut sisältävät äärettömiä summia ja integraaleja, jotka ovat hankalia käsiteltäviä tietokoneella laskettaessa. Diskreetin Fourier-muunnoksen nopeasti toteuttavia algoritmeja kutsutaan FFT (Fast Fourier Transformation) algoritmeiksi. Kuuluisin on jo 60-luvulla kehitetty Cooley-Tukey algoritmi. Se on tehokkaimmillaan kun datan pituus on kahden potenssi, eli $N=2^p$. Ikkunamenetelmässä tarvitaan lisäksi diskreettiaikaista Fourier-muunnosta. (Aumala ym., 1998; Newland, 1994)

Jatkuva-aikaisten signaalien tapauksessa Fourier-muunnoksen tuloksena on ei-jaksollinen diskreettiaikainen signaali, eli Fourier-sarja. Diskreettiaikaisten signaalien tapauksessa tuloksena on jaksollinen diskreettiaikainen signaali, mistä käytetään nimitystä diskreetti Fourier-muunnos eli DFT. Diskreettiaikaisen jaksollisen signaalin Fourier-muunnos voidaan toteuttaa matriisikertolaskuna. Diskreetin Fourier-muunnoksen käänteinen operaatio on käänteinen diskreetti Fourier-muunnos (IDFT), mikä voidaan myös esittää matriisimuodossa. (Aumala ym., 1998; Newland, 1994)

Funktion tai signaalin $f(t)$ Fourier-muunnoksen numeerinen laskenta vaatii funktion esittämistä diskreetteinä $f(t)$:n arvoina, eli lukujonona f_k .

Diskreetti Fourier-muunnos määritellään (Aumala ym., 1998; Newland, 1994):

$$F(n) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) e^{\frac{-2\pi i kn}{N}}, \text{ missä} \quad (2)$$

signaalin $f(k)$ jakso on N . Signaalin $F(n)$ käänteinen diskreetti Fourier-muunnos on

$$f(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F(n) e^{2\pi i k n} . \quad (3)$$

Jaksottomien jatkuva-aikaisten signaalien tapauksessa tuloksena on ei-jaksollinen jatkuva-aikainen signaali, mistä käytetään nimitystä Fourier-muunnos (Aumala ym., 1998; Newland, 1994).

Jaksottomien diskreettiaikaisten signaalien tapauksessa tuloksena on jaksollinen jatkuva-aikainen signaali, mistä käytetään nimitystä diskreetti-aikainen Fourier-muunnos (DTFT) (Aumala ym., 1998; Newland, 1994).

DFT:n laskemiseksi on kehitetty nopeita numeerisia menetelmiä, joista tärkein ja käytetyin lienee Fast Fourier Transform (FFT). Nopean Fourier-muunnoksen laskeminen poikkeaa alkuperäisen Fourier muunnoksen laskemisesta. Perinteinen Fourier muunnos eli taajuusspekttrin määrittäminen tehdään lähtien korrelaatiofunktioista minkä jälkeen lasketaan Fourier muunnokset. FFT:ssä lähdetään liikkeelle suoraan aikasarjasta, mistä lasketaan spektriarvio. Menetelmä on paitsi nopeampi niin myös tarkempi kuin perinteinen. (Aumala ym., 1998; Newland, 1994)

3 Wigner-jakaumat

Wigner jakauma oli ensimmäinen aika-taajuus jakauman esityskäyttö ja on ilmeisesti eniten tutkittu ja käytetty (Cohen, 1989). Menetelmän kehitti kvanttimekaniikkaan E. P. Wigner. Ensimmäisen kerran sitä käytti harmonisten värähtelyjen analysointiin J. Ville, mistä syystä menetelmää alettiin kutsua Wigner-Ville menetelmäksi. Menetelmässä on paljon vaikeuksia, mitkä estävät saavuttamasta hyvää resoluutiota samanaikaisesti ajan ja taajuuden suhteen (Newland, 1994).

Näytteryhmän keskiarvostettu korrelaatiofunktio ajanhetkellä t on

$$R_{xx}(t, \tau) = E \left[x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] . \quad (4)$$

Sen Fourier-muunnos on

$$S_{xx}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau, t) e^{-i\omega\tau} d\tau , \quad (5)$$

missä S_{xx} on hetkellinen spektrin tiheysfunktio ja riippuvainen ajasta ja kulmanopeudesta ω (rad/s). Periaatteessa S_{xx} on siis mittari epästationaarisen satunnaisen tapahtuman taajuussisällölle ajanhetkellä t . Käytännössä R_{xx} :n laskeminen on kuitenkin mahdotonta, koska tarvittavaa dataa ei voida saavuttaa. Kun unohdetaan keskiarvoistus (kaava 4), niin yksittäiselle näytteelle voidaan esittää

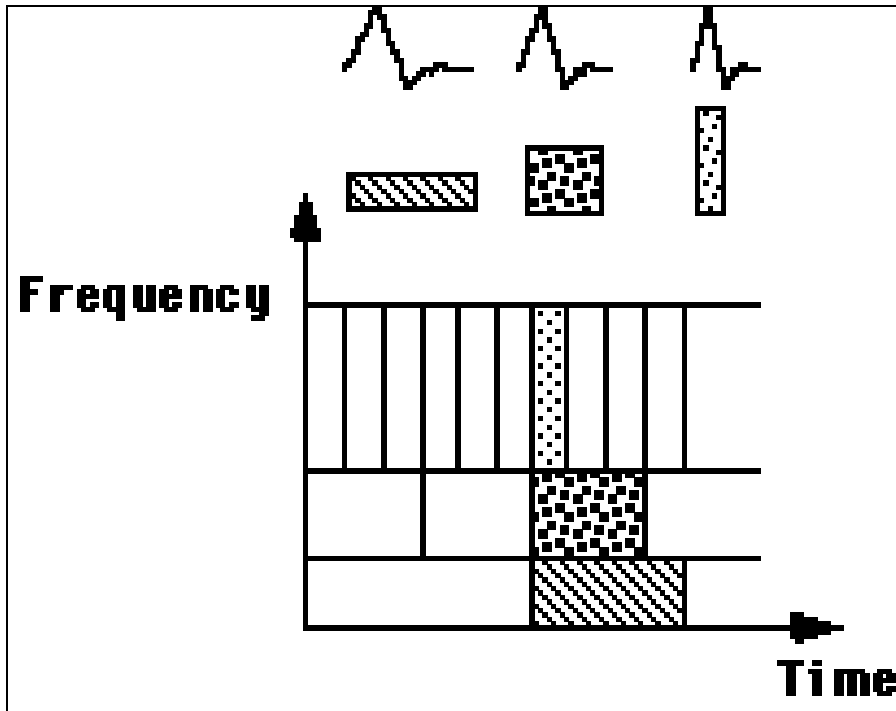
$$\Phi_{xx}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t - \frac{\tau}{2}\right)x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (6)$$

mikä on nimenomaan Wigner-jakauma, eli Wigner-Ville jakauma. Se esittää signaalin $x(t)$ jakauman ω ja t :n funktiona. Funktion resoluution epätarkkuus johtuu τ :n jatkumisesta äärettömiin, joten integraalin tulokseen vaikuttaa lähinnä $x(t)$:n luonne kaukana tarkasteluhetkestä t . Johtuen em. vaikeuksista onkin pyritty kehittämään uusia menetelmiä, joista tärkein lienee aallocke-muunnos eli wavelet.

4 Aallockeet

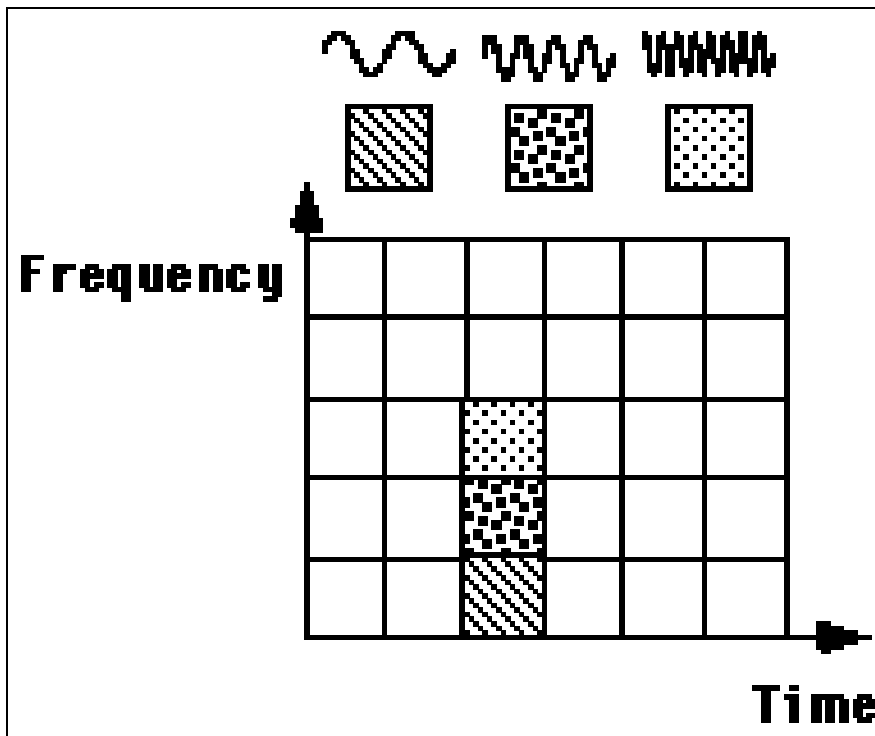
4.1 Aallocke- ja Fourier-muunnos

Aallockeiden käyttö on edullista erityisesti epäjatkovien signaalien tapauksessa. Aallockeiden käytön perustavaa laatua oleva ajatus on paikallisuus ja skaalattavuus. Aallockeita käytetään funktioiden tai lukusarjojen vaihtoehtoisena esitysmuotona, mikä sinänsä ei eroa esim. Fourier-muunnoksesta. Aallockeiden avulla voidaan kuitenkin analysoida Fourier-muunnosta tehokkaammin paikallisia eli äärellisiä signaaleja. Aallockeanalyysissä skaalalla on erityinen merkitys. Aallockealgoritmit muuntavat datan erilaisille skaaloille tai resoluutioille, eli periaatteessa dataa voidaan tarkastella erikokoisissa ikkunoissa. Aallockeanalyysissä (Kuva 1) voidaan käyttää siis sekä isoja ikkunoita (pitkiä perusfunktioita, basis function), joissa voidaan tarkastella signaalin matalataajuisia komponentteja, että pieniä ikkunoita (lyhyitä perusfunktioita, short basis function), joissa korkeataajuisien komponenttien erityispiirteet ja epäjatkuvuudet saadaan eroteltua. (Grap, 2000).



Kuva 1. Aalokeanalyysin periaate aika-taajuustasossa (Grap, 2000).

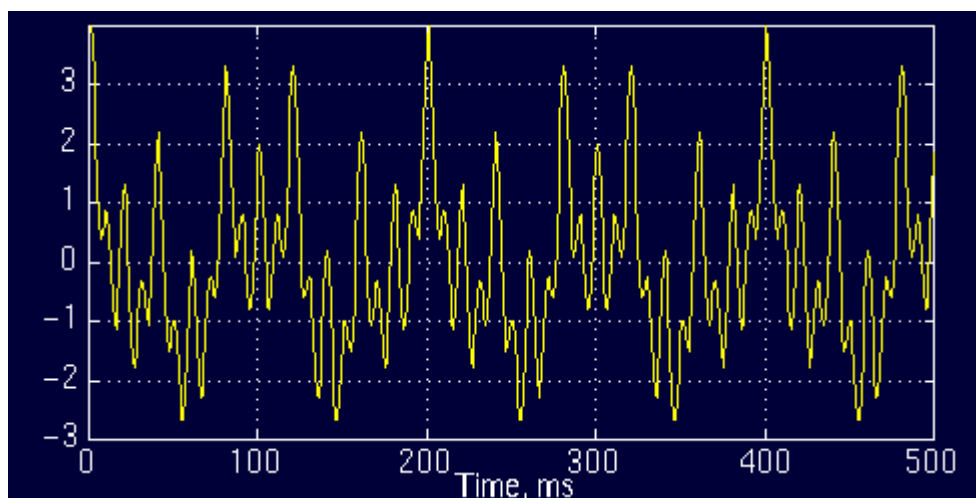
Kuvassa 2 on esitetty vastaava aika-taajuustason periaate Fourier-muunnokselle. Ikkuna on neliömäinen, mistä syystä sini- ja kosinifunktio tiivistetään sopimaan määritettyyn ikkunaan. Samaa ikkunaa käytetään kaikilla taajuuksilla, joten analyysin resoluutio on vakio kaikkialla aika-taajuustasossa. Toisinsanoen Fourier-muunnoksella ei voida löytää yhtä yksityiskohtaista informaatiota kuin aallokkeilla.



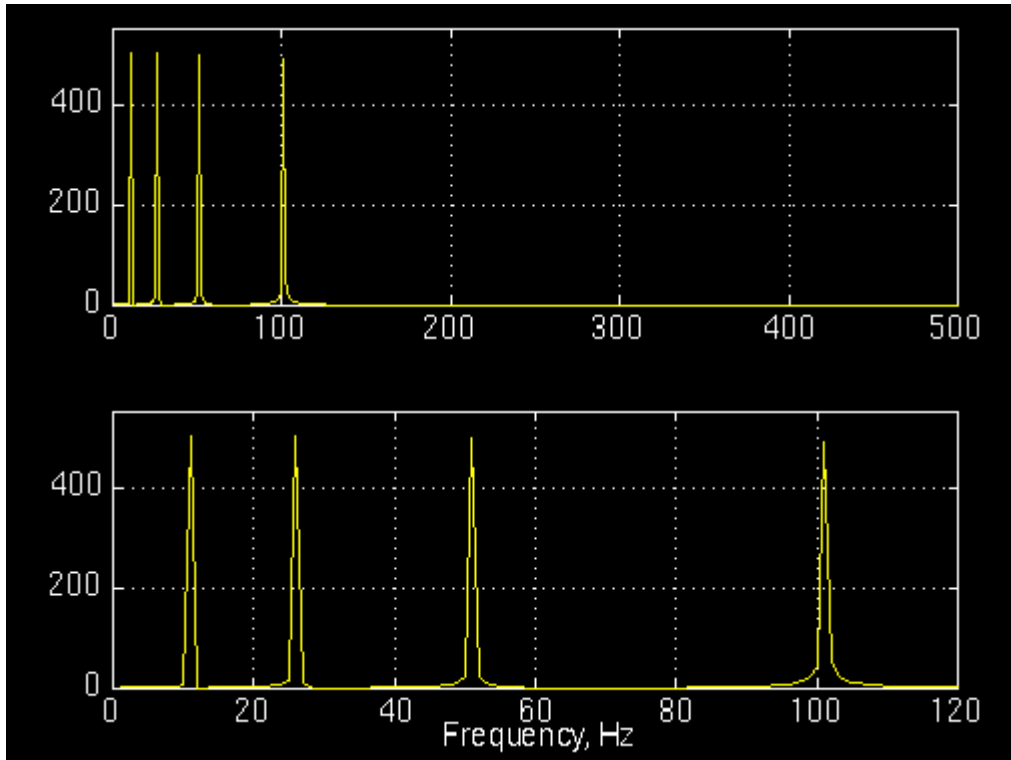
Kuva 2. Fourier-muunnoksen periaate aika-taajuustasossa (Graps, 1995).

Fourier-muunnos ja aallokemuunnos ovat käänteisiä muunnoksia, eli alkuperäinen aikataso signaali on mahdollista laskea muunnoksesta. Kuitenkaan aikataso tietoa ei voida liittää taajuustason tietoon, tai päinvastoin. Fourier-muunnoksella saadaan selville signaalin taajuustieto, mutta sen selvittäminen milloin tietyt taajuudet ilmenevät ei ole mahdollista. Pulmaa ei tietenkään ole, jos signaali on stationaarinen eli ajasta riippumaton - eli sen taajuussisältö ei muutu ajan myötä. Stationaarisissa signaaleissa kaikki taajuudet esiintyvät samanaikaisesti ja koko ajan.

Esimerkiksi kuvan 3 signaali $x(t) = \cos(2\pi 10t) + \cos(2\pi 25t) + \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 100t)$ on stationaarinen signaali, sillä sen taajuudet ovat 10, 25, 50 ja 100 Hz kullakin ajan hetkellä. Kuvassa 4 on esitetty kyseisen signaalin Fourier-muunnos.

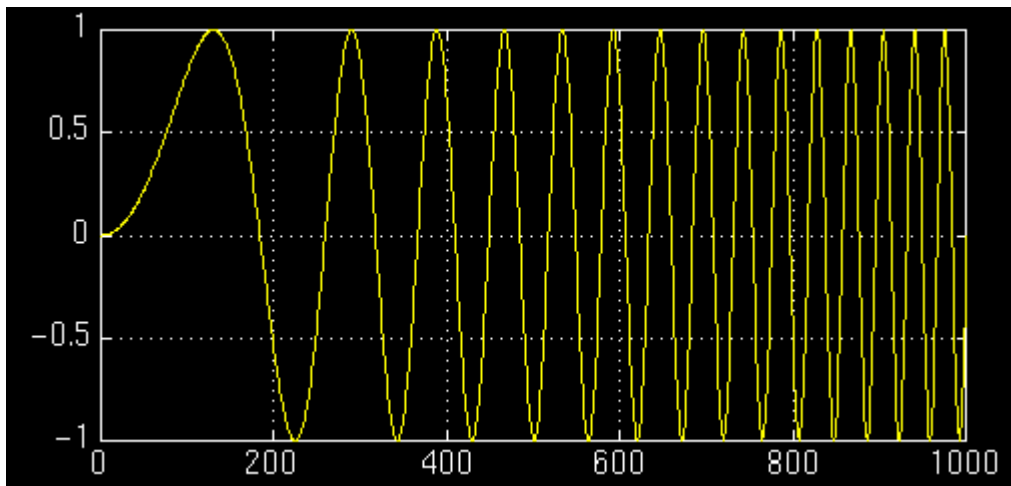


Kuva 3. Stationaarinen signaali (Polikar, 2000).



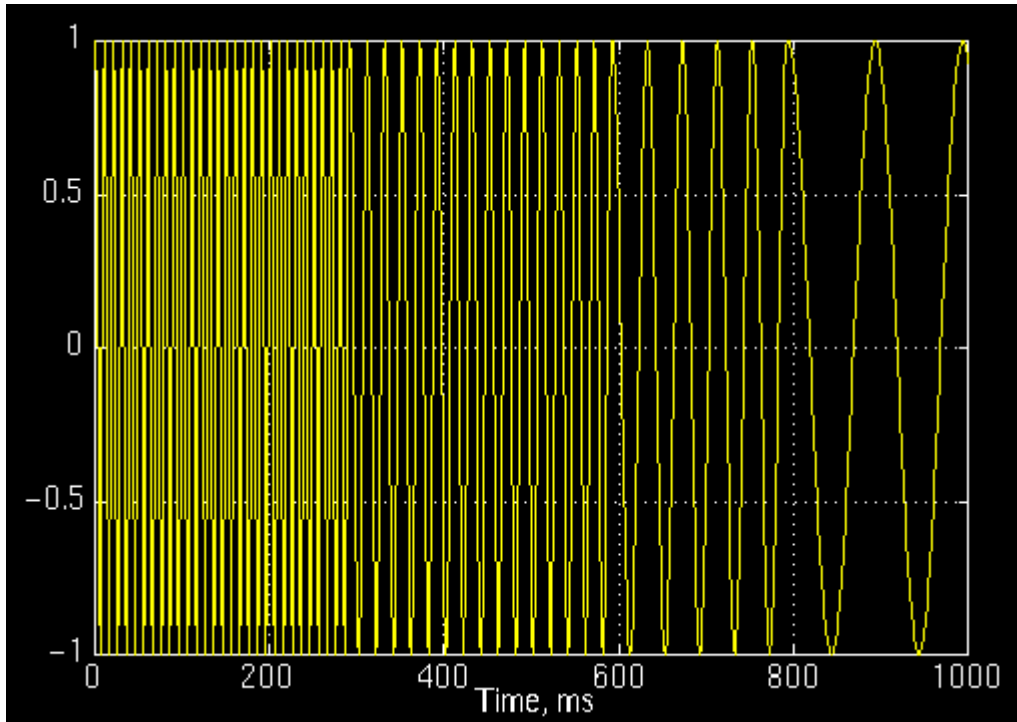
Kuva 4. Kuvan 3 signaalin Fourier-muunnos (Polikar, 2000).

Kuvassa 5 esiintyvä signaali ei sen sijaan ole stationaarinen, eli sen taajuus muuttuu ajan suhteen.

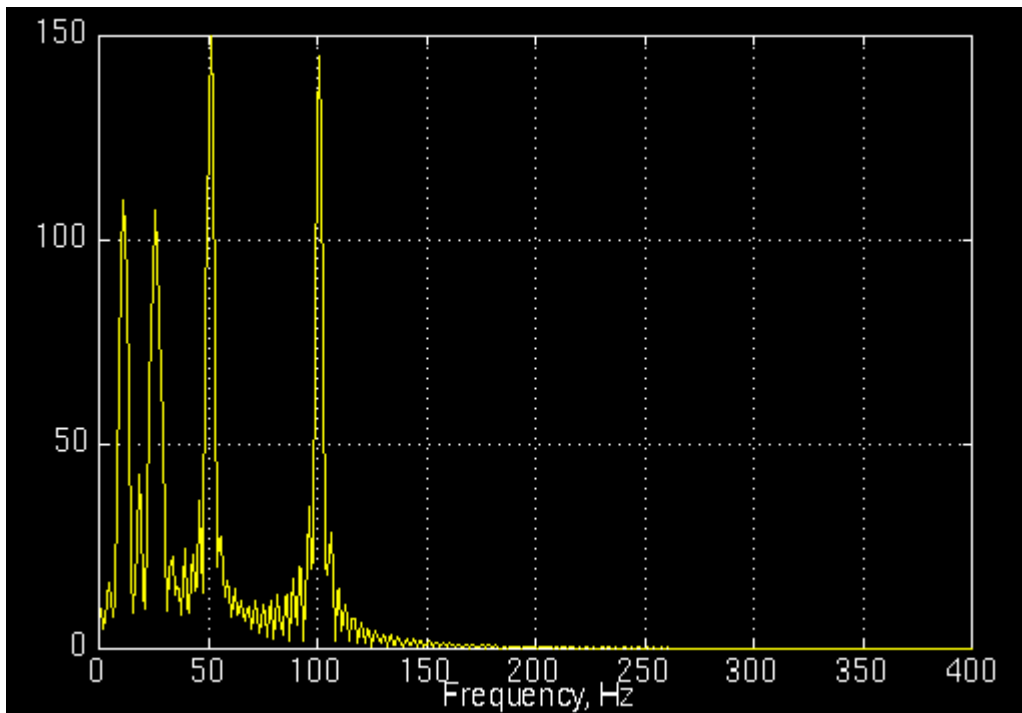


Kuva 5. Ajan suhteen taajuuttaan muuttava signaali (Polikar, 2000).

Kuvassa 6 esitetty epästationaarinen signaali sisältää neljä erilaista taajuuskomponenttia neljällä eri aikaintervallilla. Intervallilla 0 - 300 ms esiintyy 100 Hz sinimuotoista vaihtelua, intervallilla 300 - 600 ms 50 Hz sinimuotoista vaihtelua, intervallilla 600 - 800 ms on 25 Hz sinimuotoista vaihtelua ja intervallilla 800 - 1000 ms on 10 Hz sinimuotoista vaihtelua. Kuvassa 7 on esitetty Kuvan 6 signaalin Fourier-muunnos.



Kuva 6. Epästationaarinen signaali, missä esiintyy 4 erilaista taajuutta 4:llä eri intervallilla (Polikar, 2000).



Kuva 7. Kuvan 6 signaalin Fourier-muunnos (Polikar, 2000).

Korkeamman taajuuden komponenttien amplitudit ovat korkeammat kuin matalampien taajuuksien komponenteilla. Se johtuu siitä, että korkeammat taajuudet kestävämmit pidempään (300 ms) kuin matalamman taajuuden komponentit (200 ms). Amplitudien tarkalla arvolla ei

ole merkitystä. Periaatteessa kaikki näyttää olevan kunnossa Kuvan 7 Fourier-muunnoksessa - eli spektrissä havaitaan neljä piikkiä. Kuvissa 4 ja 7 spektrin piikit ovat samoilla taajuuksilla (10, 25, 50 ja 100 Hz) eli spektrit ovat lähes identtiset, vaikka ne aikatasossa ovat täysin erilaiset (Kuvat 3 ja 6). Kuvan 3 tapauksessa Kuvan 4 osoittamat taajuudet ilmenevät kaikkina ajan hetkinä. Kuvan 6 tapauksessa korkeimman taajuuden komponentit ovat ensimmäisessä intervallissa ja matalimman taajuuden komponentti viimeisessä intervallissa, eli signaalin sisältämät taajuudet eivät ole ajasta riippumattomia. Fourier-muunnos ei myöskään pysty välittämään aikatieta spektriin (Kuva 7). Fourier-muunnoksen heikkoutena onkin nimenomaan se, että se ei kerro spektrin komponenttien ilmenemishetkestä mitään. Siitä syystä johtuen Fourier-muunnos ei ole sopiva epästationaaristen signaalien analysointiin, ellei sitten olla tilanteessa missä spektriipiikkien sijainnilla ajallisesti ei ole lainkaan merkitystä. Jos tarvitaan aika-taajuusesitystä, niin ratkaisukeinona voidaan käyttää aallokemuunnosta (WT). Muita vastaavan informaation antavia muunnoksia ovat Wigner jakauma ja lyhyen ajan Fourier muunnos (STFT).

Aallokemuunnos kehitettiin alunperin STFT:n vaihtoehdoksi, koska STFT kärsii FT:n tavoin resoluutio-ongelmista. Aallokemuunnos tehdään ajamalla aikatason signaali yli- ja alipäästösuodattimien läpi, mitkä poistavat signaalista korkeataajuisia ja matalataajuisista informaatiota. Toimenpidettä toistetaan ja jokaisella kerralla signaalista poistetaan taajuustietoa.

Esimerkiksi jos signaalilla on taajuuksia 1000 Hz saakka, niin se voidaan jakaa kahteen osaan ajamalla se ali- ja ylipäästösuodattimien kautta. Signaali saadaan jaettua siis 0-500 Hz osuuteen (alipäästö) ja 500 – 1000 Hz osuuteen (ylipäästö). Seuraavaksi valitaan jompikumpi osuus ja toistetaan em. osittamiseksi (decomposition) kutsuttu operaatio. Yleensä valitaan matalamman taajuuden osio. Jos operaatio tehdään vielä kerran päädytään siis sarjaan signaaleja oktaavin laajuisille taajuuskaistoille 1000 – 500 Hz, 500 – 250 Hz, 250 – 125 Hz ja 125 – 0 Hz. Ositusta voidaan jatkaa yhä edelleen, jotta saavutetaan riittävä tarkkuus. Aallokemuunnos ei kuitenkaan anna tarkkaa tietoa siitä mitä taajuuksia kullakin ajanhetkellä ilmenee. Periaatetta kutsutaan epätarkkuusperiaatteeksi ja sen alkuperä on hiukkasfysiikassa (Heisenbergin epätarkkuusperiaate). Aallokemuunnoksen avulla saadaan selville mitä taajuuskaistoja kullakin ajanhetkellä signaalissa on. Tieto taajuuskaistoista voidaan esittää esimerkiksi laatimalla 3D-diagrammi, jonka akselit ovat aika, taajuus ja amplitudi. Taajuus esitetään usein skaalana, mikä on taajuuden käänteisluku. Toisin sanoen korkea skaala merkitsee matalaa taajuutta ja päinvastoin.

Aallokemuunnoksella saadaan vaihtoehtoisesti hyvä resoluutio ajan tai taajuuden suhteen. Jatkuvan ajan tapauksessa muunnoksen resoluutio riippuu taajuuskomponenteista siten, että korkeiden taajuuksien resoluutio on parempi ajansuhteen ja matalien taajuuksien resoluutio taajuuden suhteen. Toisinsanoen korkeataajuuskomponentit on helpompi paikallistaa ajansuhteen kuin matalataajuiset komponentit. Tämä johtuu siitä että korkeilla taajuuksilla käytävissä on enemmän näytepisteitä ajan suhteen kuin matalilla, eli resoluutio ajan suhteen on parempi.

Diskreetin ajan tapauksessa resoluutio on samankaltainen kuin jatkuvan ajan tapauksessa, mutta taajuustiedon resoluutio vaihtelee myös eri tasoilla. Matalat taajuudet erottuvat paremmin taajuuden suhteen, kun taas korkeat taajuudet eivät. Aika-taajuustasolla tarkasteltaessa taajuuskomponenttien välit kasvavat taajuuden kasvaessa. Diskreetin ajan aallokemuunnos ei ole sama asia kuin disreetti aallokemuunnos.

4.2 DWT eli diskreetti aallokemuunnos

Diskreetin ajan aallokemuunnos on jatkuva aallokemuunnos (CWT), mikä voidaan laskea tietokoneella nimenomaan diskretoidun ajan ansiosta. Aallokesarja on kokoelma näytteitä CWT:stä ja laskenta on edelleen työlästä. DWT:n avulla taas voidaan vähentää merkittävästi laskenta-aikaa analysoinnin ja alkuperäisen signaalin synteesin vaatiman informaation ollessa kuitenkin riittävä. (Polikar, 2000; Newland, 1994)

Koska DWT:n käyttö on helpompaa kuin CWT:n ja sen sovellusmahdollisuudet ovat laajemmat, niin CWT:n esitys sivuutetaan tässä raportissa ja keskitytään DWT:n ominaisuuksien tarkasteluun.

DWT kehitettiin 1976, jolloin sitä kutsuttiin osakaista koodaukseksi (Newland, 2000). Idea on pääosin sama kuin CWT:ssä, eli digitaalisen signaalin aika-skaala esitys saadaan aikaiseksi käyttämällä digitaalista suodatusta. CWT on eri skaalan omaavien aallokkeiden korrelaatio tietyn skaalan tai taajuuden omaavan signaalin kanssa. Jatkuva aallokemuunnos (CWT) lasketaan vaihtamalla analyysi-ikkunan skaalaa, siirtämällä ikkunaa ajan suhteen, kertomalla signaalilla ja integroimalla ajan suhteen. Diskreetissä tapauksessa käytetään suodattimia leikkaamaan tietyt taajuudet eri skaaloilla. Signaali ajetaan ylipäästösudatinsarjan läpi jotta voidaan analysoida korkeita taajuuksia ja alipäästösudatinsarjan läpi jotta voitaisiin analysoida matalia taajuuksia (Polikar, 2000; Newland, 1994).

Signaalin resoluutiota muutetaan suodattamalla ja skaalausta muutetaan vaihtamalla näytteistystaajuutta (eli näytteiden määrää) – esimerkiksi vähentämällä (downsampling, subsampling) tai lisäämällä (upsampling) näytteiden määrää. Lisättäessä näytteitä käytetään interpolointia tai lisätään nollia.

DWT-muunnos aloitetaan päästämällä sekvenssi $x[n]$ digitaalisen alipäästösudattimen (half band low pass filter) läpi, jonka impulssivaste on $h[n]$. Suodatus vastaa konvoluutiota, mikä määritellään (Polikar, 2000):

$$x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k] \quad (7)$$

Puolikaista-alipäästösudatin (half band lowpass filter) poistaa kaikki taajuudet jotka ovat signaalin korkeimman taajuuden puolikkaan yläpuolella. Eli jos signaalin maksimitaajuus on 1000 Hz, niin puolikaista-alipäästösudatin poistaa kaikki yli 500 Hz taajuudet. Vaikka korkeat taajuudet poistuvat, niin skaala pysyy vakiona. Skaalausta voidaan muuttaa vain muuttamalla näytteistystaajuutta. Puolikaista-alipäästösudatin puolittaa resoluution.

Diskreettien signaalien tapauksessa taajuus ilmaistaan radiaaneissa, jolloin näytteenotto taajuus on 2π radiaania radiaalitaajuutena (radial frequency). Siten korkein esiintyvä taajuus on π radiaania sekunnissa, mikäli signaali on näytteistetty Nyquistin ehdon mukaan.

Kun signaali on päästetty puolikaista-alipäästösudattimen läpi puolet signaalin näytteistä voidaan eliminoida, koska signaalin maksimitaajuus on nyt $\pi/2$ rad. Hylkäämällä joka toinen

näyte saadaan signaali alinäytteistettyä eli harvennetaan näytteistystaajuutta, jolloin myös taajuuskaista pienenee ja skaala kaksinkertaistuu. Näytteistystaajuuden muutos suodatuksen jälkeen ei vaikuta resoluutioon, koska suodatus poisti puolet spektrin komponenteista mistä syystä puolet näytteistä on ylimääräisiä.

Näytteistystaajuuden muutos tehdään seuraavan kaavan mukaisesti:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] \cdot x[2n - k] \quad (8)$$

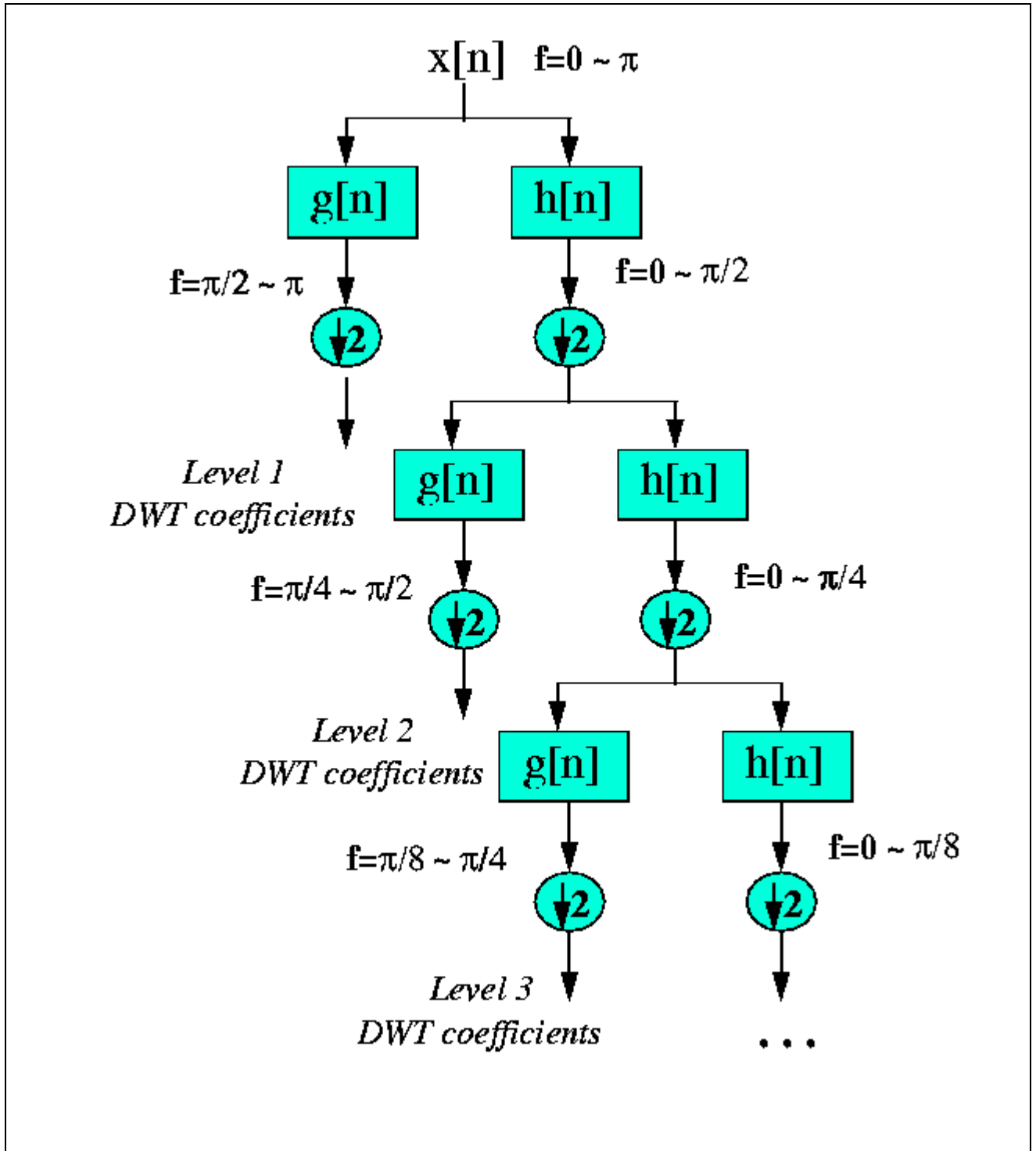
DWT jakaa signaalin karkeisiin aproksimaatioihin ja detaljoituun tietoon. Skaalausfunktiot ovat alipäästösuolettimia ja aallokefunktiot ovat ylipäästösuolettimia. Signaalin jako erilaisille taajuuskaistoille tehdään peräkkäisillä alipäästö- ja ylipäästösuolettimilla aikatason signaalille. Alkuperäinen signaali $x[n]$ ajetaan ensin puolikaistaylipäästösuolettimen $g[n]$ ja alipäästösuolettimen $h[n]$ läpi. Suodatuksen jälkeen puolet näytteistä eliminoidaan Nyquistin säännön mukaisesti. Näytteistystaajuuden puolitus voidaan esittää

$$y_{yli}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[2k - n] \quad (9)$$

$$y_{ali}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[2k - n] \quad (10)$$

missä $y_{yli}[k]$ ja $y_{ali}[k]$ ovat ylipäästö ja alipäästösuolettamisen tulokset alinäytteistykseen jälkeen (tekijä =2).

Operaatio puolittaa resoluution, koska alkuperäisen signaalin näytteistä on vain puolet jäljellä. Samalla taajuusresoluutio kaksinkertaistuu, koska signaalin taajuuskaista on nyt vain puolet alkuperäisen signaalin taajuuskaistasta. Operaatio voidaan haluttaessa toistaa, jolloin jokaisella tasolla suodatus ja alinäytteistys puolittaa näytteiden määrän (aikaresoluutio) ja tuplaa taajuusresoluution (Kuva 8).



Kuva 8. Aallokemuunnoksen periaate. Kuvassa alkuperäinen signaali on $x[n]$, ylipäästösuodatin $g[n]$, alipäästösuodatin $h[n]$ ja f on taajuuskaista (Polikar, 2000).

Oletetaan että alkuperäisessä signaalissa $x[n]$ on 512 näytettä ja taajuuksia välillä $0 - p$ rad/s. Ensimmäisellä tasolla signaali päästetään ylipäästö- ja alipäästösuodattimien läpi, minkä jälkeen näytetaajuus puolitetaan. Ylipäästösuodattimen ulostulo on 256 näytettä taajuusvälillä $p/2 - p$ rad/s. Alipäästösuodattimen ulostulo on myös 256 näytettä taajuusvälillä $0 - p/2$ rad/s. Tämä signaali ajetaan sitten uudelleen samojen suodattimien läpi, jolloin toisen alipäästösuodattimen

dattimen ja näytetaajuuden puolituksen jälkeen ulostulo on 128 näytettä taajuusvälillä 0 - $p/4$ rad/ ja vastaavasti ylipäästösuodattimen ulostulon taajuuskaista on $p/4$ - $p/2$ rad/s. Prosessia jatketaan kunnes kaksi näytettä on jäljellä. Tälle nimenomaiselle esimerkille on siis tehtävä 8 yli- ja alipäästösuodatusta ja näytetaajuuden puolitusta. Alkuperäisen signaalin diskreetti aallokemuunnos saadaan ketjuttamalla kaikkien tasojen kertoimet viimeisestä tasosta lähtien, jolloin DWT:llä on sama määrä kertoimia kuin alkuperäisellä signaalilla.

Alkuperäisen signaalin tärkeimmät taajuudet näkyvät korkeina amplitudeina DWT:n niillä osilla jotka sisältävät kyseiset taajuudet. Erotuksena Fourier-muunnokseen on että aikainformaatiota ei hukata, eli taajuudet voidaan paikallistaa ajan suhteen. Aikapaikannuksen resoluutio riippuu kuitenkin siitä millä tasolla se esiintyy. Jos pääosa informaatiosta on korkeilla taajuuksilla kuten usein onkin, niin aikapaikannus on suhteellisen tarkkaa johtuen suuresta näytteiden määrästä. Aikapaikannuksen tarkkuus heikkenee mentäessä matalampiin taajuuksiin, koska näytteiden määrä on pienempi kuin korkeilla taajuuksilla. Edellä kuvattu proseduri johtaa hyvään aikaresoluutioon korkeilla taajuuksilla ja hyvään taajuusresoluutioon matalilla taajuuksilla. Alkuperäisen signaalin vähemmän merkittävillä taajuuskaistoilla on matalat amplitudit ja osa DWT-signaalista voidaan hylätä ilman merkittävää informaation menetystä.

Eräs diskreetin aallokemuunnoksen tärkeä ominaisuus on yli- ja alipäästösuodattimien impulssivasteiden suhde. Yli- ja alipäästösuodattimet riippuvat toisistaan seuraavan kaavan mukaisesti (Polikar, 2000):

$$g[L-1-n] = (-1)^n \cdot h[n] \quad (11)$$

missä $g[n]$ on ylipäästö, $h[n]$ on alipäästö ja L on suodattimen pituus pisteinä. Ali- ja ylipäästömuunnos tehdään $(-1)^n$ termillä. Kyseisen ehdon täyttävät suodattimet ovat yleisiä signaalinkäsittelyssä (quadrature mirror filters). Suodatus ja näytetaajuuden puolitus voidaan tehdä seuraavan kaavan mukaisesti:

$$y_{yli}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[-n+2k] \quad (12)$$

$$y_{ali}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[-n+2k] \quad (13)$$

Tällaisen tapauksen rekonstruointi onnistuu melko helposti. Edellämäinittu proseduri toistetaan käänteisesti, eli näytetaajuus tuplataan jokaisella tasolla minkä jälkeen ne ajetaan synteesisuodattimien $g'[n]$ ja $h'[n]$ läpi ja summataan. Kunkin kerroksen rekonstruointiyhtälö voidaan esittää:

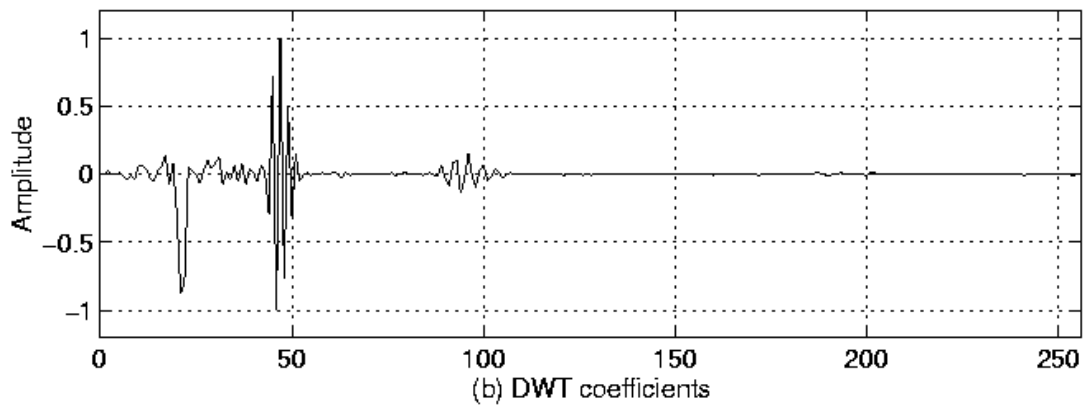
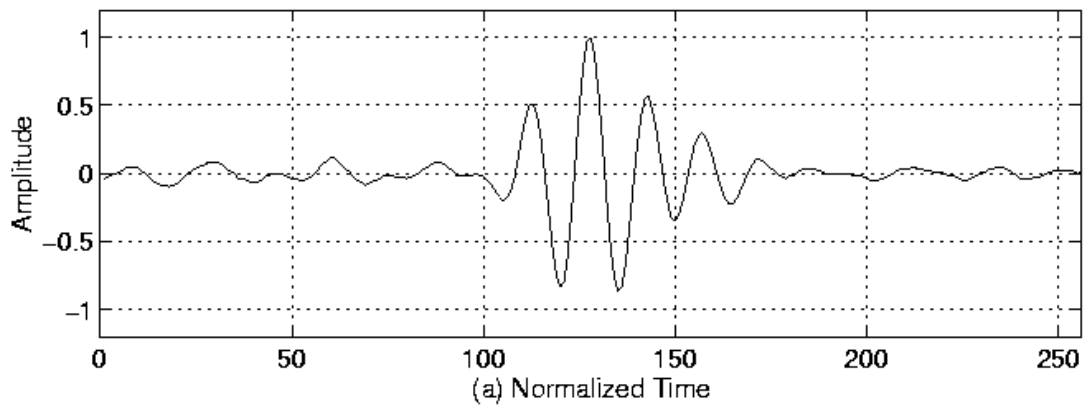
$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (y_{yli}[k] \cdot g[-n+2k]) + (y_{ali}[k] \cdot h[-n+2k]) \quad (14)$$

Mikäli suodattimet eivät ole ideaalisia puolikaistasuodattimia, niin täydellistä rekonstruktioita ei voida saavuttaa. Vaikka ideaalisuodattimia ei kyetäkään toteuttamaan, niin joissakin tilanteissa voidaan käyttää suodattimia joiden avulla lähes täydellinen signaalin rekonstruktio voidaan kuitenkin saavuttaa. Tällaisia ovat mm. Daubechies aallokkeet (Daubechies' wavelets), mitkä ovat ehkä käytetyin aalloketyyppi.

Johtuen toisiaan seuraavista näytetaajuuden puolituksista on signaalin pituuden oltava 2 potenssi, jotta esitelty menetelmä olisi tehokas. Signaalin pituus määrää kuinka moneen tasoon signaali voidaan jakaa. Jos signaalin pituus on 1024 ($=2^{10}$), niin on mahdollista tehdä 10 hajotelmaa.

DWT-kertoimien tulkinta voi olla joskus vaikeata, koska esitystapa on melko erikoislaatuinen. DWT kertoimet liitetään yhteen lähtien viimeisestä tasosta. Oletetaan että 256 näytteen signaali näytteistetään 10 MHz:iin ja haluamme saada sen DWT-kertoimet. Koska näytteistystaajuus on 10 MHz, niin korkein sallittu taajuus signaalissa on 5 MHz. Ensimmäisessä vaiheessa signaali ajetaan $h[n]$ ja $g[n]$ läpi, ja ulostulojen näytetaajuus puolitetaan. Ylipäästösuodattimen ulostulona saadaan ensimmäisen tason 128 DWT-kerrointa ja ne esittävät signaalin 2,5 - 5 MHz taajuuskaistalla. Kyseiset 128 näytettä ovat graafisen esityksen viimeiset pisteet. Alipäästösuodatuksen ulostulo (128 näytettä) on taajuuskaistalla 0 - 2,5 MHz ja sille toistetaan suodatus ja näytetaajuuden puolitus. Toisen ylipäästösuodattimen ulostulo on toisen tason 64 DWT-kerrointa taajuuskaistalla 1,25 - 2,5 MHz ja esitetään graafisesti ensimmäisen tason näytteiden edellä. Kolmannen tason DWT-kertoimet (32 kpl:tta, 0,625 - 1,25 MHz) sijoitetaan taas toisen tason kertoimien edelle ja niin edelleen. Proseduuri jatkuu tasolle 8, missä saadaan ainoastaan yksi kerroin. Sitä seuraa 7 tason 2 kerrointa, 6 tason 4 kerrointa, 5 tason 8 kerrointa, 4 tason 16 kerrointa, 3 tason 32 kerrointa, 2 tason 64 kerrointa ja 1 tason 128 kerrointa. Matalille taajuuksille mentäessä näytteiden määrä pienenee, joten vastaavasti aikaresoluutio heikkenee. Mutta koska myös taajuusintervalli pienenee matalille taajuuksille mentäessä, niin taajuusresoluutio kasvaa.

Esimerkkinä siitä kuinka DWT:tä voi käyttää epäoleellisen tiedon erottamiseen oleellisesta on Kuvassa 9a on esitetty 256 näytettä sisältävä normalisoitu UÄ-signaali, minkä näytteistystaajuus on 25 MHz. Kuvassa 9b on esitetty vastaava diskreetti aallokemuunnos. Viimeiset 128 näytettä sijoittuvat taajuuskaistalle 6,25 - 12,5 MHz, niitä edeltävät 64 näytettä taajuuskaistalle 3,125 - 6,25 MHz. Merkittävin signaalista saatava tieto sijoittuu taajuuskaistalle 1,5625 - 3,125 MHz ja 0,75 - 1,56 MHz, mitkä vastaavat kolmannen ja neljännen tason kertoimia. Toisin sanoen, koko 256 näytettä sisältävä signaali voidaan esittää $32+16=48$ näytteellä.



Kuva 9. Esimerkki diskreetistä aallokemuunnoksesta (Polikar, 2000).

5 Esimerkkejä aallokkeiden soveltamisesta

Koneiden kunnonvalvontaa käsittelevässä kirjallisuudessa on jo lukuisia esimerkkejä aallokkeiden soveltamisesta signaalien analysointiin. Menetelmää on kuitenkin käytetty enimmäkseen signaalin suodattamiseen.

5.1 Esimerkki 1

Akustista emissiota käytetään nykypäivänä jo melko paljon koneiden kunnon seurantaan. Jaksollisesti liikkuvien komponenttien kuten laakereiden kunnonvalvonnan mittaussignaalien analysointiin käytetään yleensä FFT:tä, eikä aallokemuunnos juurikaan tarjoa tähän nähden mitään lisäetua. FFT:n pulmana on että menetelmä antaa tietoa ainoastaan taajuustasossa. Koska aallokkeet antavat tietoa aika-taajuus-tasossa, niin niitä voidaan käyttää satunnaisten signaalien tarkasteluun. Seuraavassa esimerkkitapauksessa ortogonaalisia aallokkeita käytetään lineaarijohteesta mitattujen akustisen emission signaalien tiedon erittelyyn.

Akustisella emissiolla havaitaan materiaalissa eteneviä elastisia aaltoja (ääni), jotka ovat peräisin jostakin paikallisesta deformaatiosta (elastisesta tai plastisesta). Materiaalissa etenevät aallot muunnetaan sähköiseksi signaaliksi ja analysoidaan. Akustista emissiota on sovellettu menestyksekkäästi muun muassa laakerivaurioiden, putkistovuotojen, särön kasvun, murtumien ja niin edelleen havainnoinnissa (Qi, 2000; Tandon and Choudburry, 1999; Yoshioka et al, 1999).

Aallokkeita kunnonvalvonnassa ovat soveltaneet useat kirjoittajat (Li et al, 2000; Lin, 2001; Mari et al, 1996; Paya and Esat, 1997; Paya et al, 2000; Yoshida et al, 2000). Tässä esimerkissä käytetään Daubechies D4 aallokkeita.

Aikasarja $x(t)$, $0 \leq t \leq T$, is hajotetaan aallokkeiden summaksi (Paya et al, 2000; Qi, 2000),

$$\begin{aligned} x(t) &= w_0 + \sum_j \sum_k w_{2^j+k} W(2^j t - k) \\ &= x_0(t) + x_1(t) + \dots + x_j(t) \end{aligned}, \quad (15)$$

missä $W(2^j t - k)$ on aallokefunktio, kokonaisluku j kuvaa aallokkeiden eri tasoja ($j = 0, 1, 2, \dots$), ja kokonaisluku k on aallokkeiden lukumäärä kullakin tasolla ($0 \leq k \leq 2^j - 1$). Parametrit $x_j(t)$ ovat hajotetun signaalin tasoja. Yhtälössä 15 olevan signaalin (aikasarjan) $x(t)$ aallokemuunnos voidaan esittää seuraavasti:

$$w_0 = \int_0^T x(t) dt, \text{ ja} \quad (16)$$

$$w_{2^j+k} = \int_0^T x(t)W(2^j t - kT)dt \quad (17)$$

Eri tasojen energiat ($E_0, E_1, E_2 \dots E_j$) saadaan kaavalla 18.

$$E_j(t) = \sum_{\tau=1}^t (x_j(\tau))^2 \quad (18)$$

Kokonaisenergia on esitetty kaavassa 19.

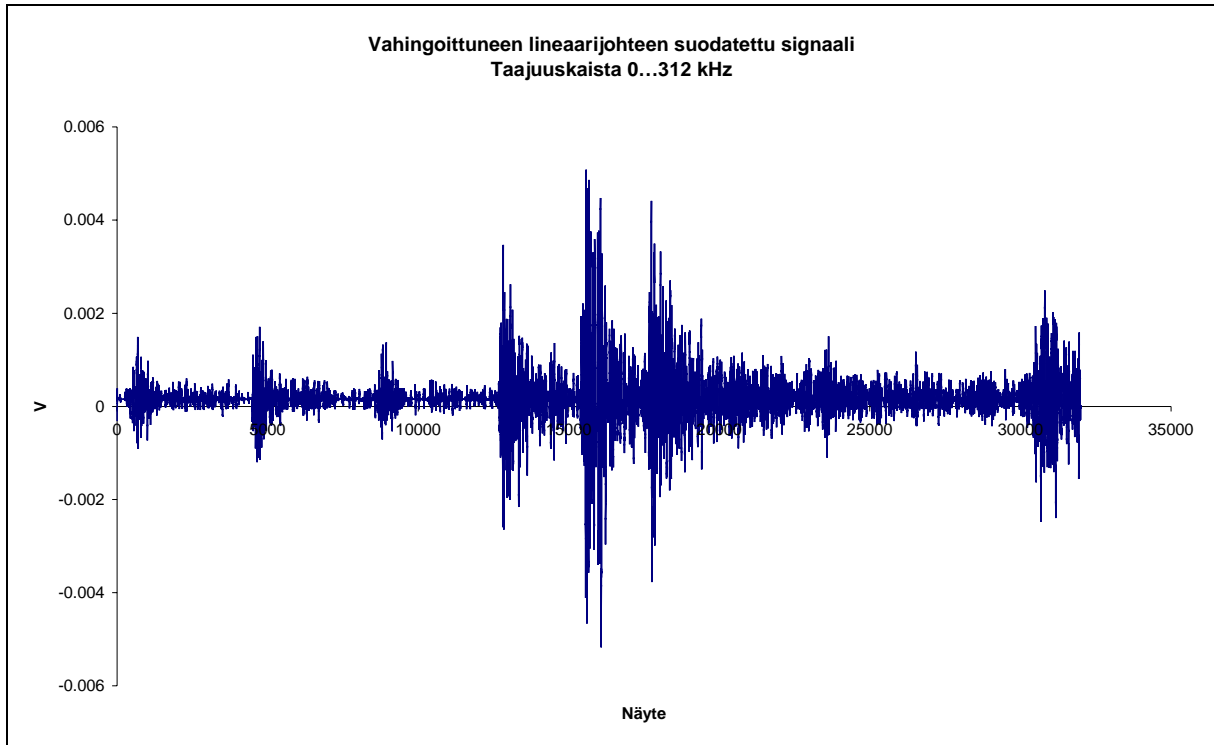
$$E_T(t) = \sum_j E_j \quad (19)$$

Kunkin tason energian suhde kokonaisenergiaan määritetään seuraavasti:

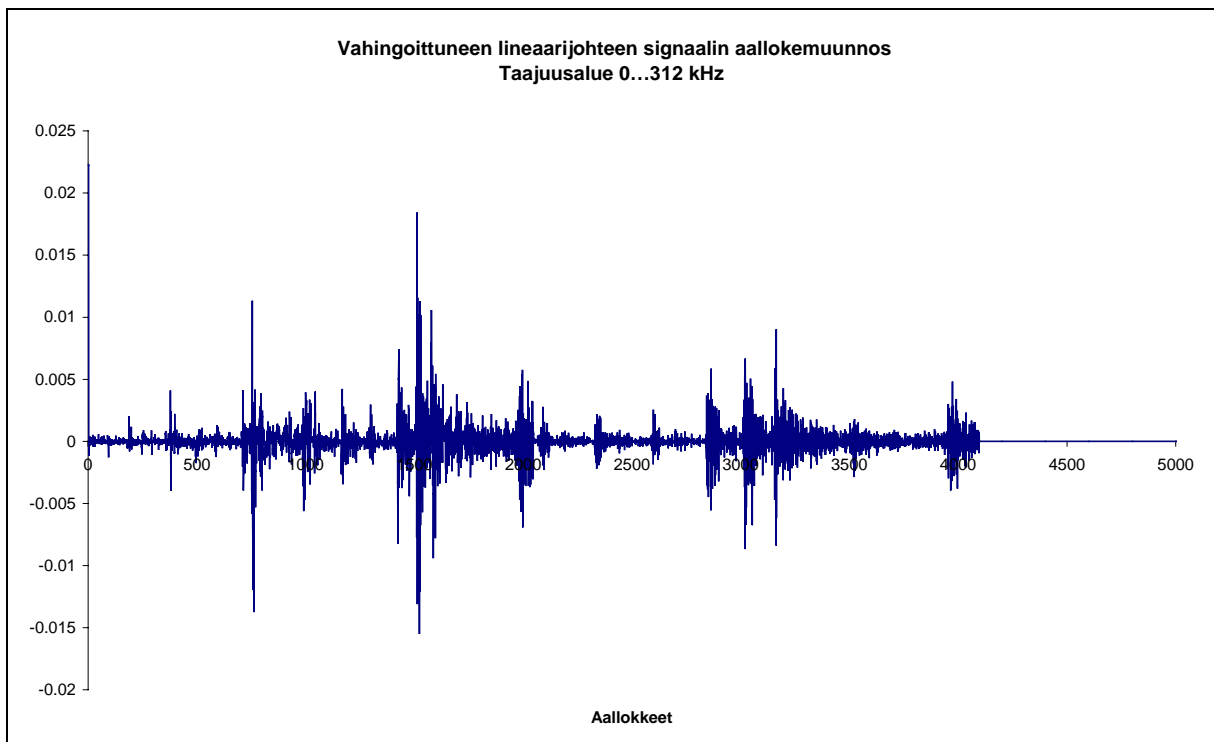
$$R_j(t) = \frac{E_j(t)}{E_T(t)}. \quad (20)$$

Akustisen emission mittauksen koejärjestely on esitetty raportissa BVAL73-001059 (Mustonen ja Tervo, 2001).

Kuvassa 10 on esitetty tallennettu ja suodatettu signaali vaurioituneesta lineaarijohteesta. Suodatus tehtiin aallokemuunnoksen avulla. Kuvassa 11 on esitetty kyseisen signaalin aallokemuunnos.



Kuva 10. Vaurioituneen lineaarijohteen suodatettu AE-signaali.



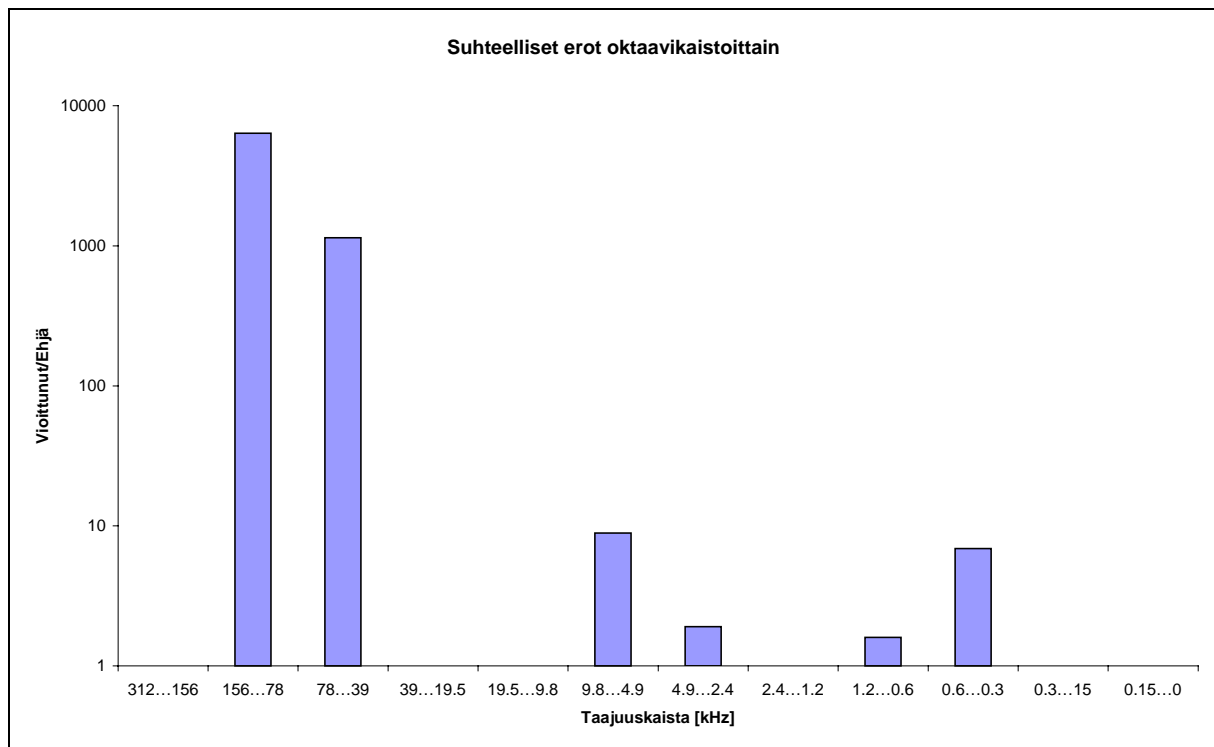
Kuva 11. Vaurioituneen lineaarijohteen AE-signaalin aallokemuunnos.

Signaalien sisältämää tietoa vertailtiin menetelmillä, mitkä ovat esitelleet Newland (1994) ja Qi (2000). Signaali hajotettiin eri tasoille ja tasojen energiat laskettiin. Vaurioituneen lineaari-

rijohteen tasojen energioita verrattiin vaurioitumattomien johteiden tasojen energioihin kaavan 21 mukaisesti.

$$R_j^{relative}(t) = \frac{R_j^{damaged}(t)}{R_j^{undamaged}(t)} \quad (21)$$

Oktaavikaistojen energiasuhteet (Kaava 21) on esitetty kuvassa 12. Vertailu osoittaa että tietyillä oktaavikaistoilla viallisen lineaarijohteen antama signaali erottuu selkeästi ehjän lineaarijohteen antamasta signaalista.



Kuva 12. Vaurio- ja normaalin signaalin taajuussisällön suhteellinen ero

5.2 Muita esimerkkitapauksia

Aallokkeiden soveltamista käytännön värähtelypulmiin paperikoneiden vierintälaakereissa on esittänyt työssään Vidqvist (2001). Työssä esitellään aallokekarttojen soveltamista vikojen analysointiin.

Shi ym. (2001) ovat soveltaneet aallokkeita hydraulisen servojärjestelmän vikojen havainnointiin. Paperissaan he esittelevät aallokkeiden käyttöä mallipohjaisessa vikadiagnostiikassa. Vikojen diagnostisointi tapahtuu erityisten aallokeresiduaalien avulla – eli residuaalien laskenta poikkeaa jonkin verran totutusta. Periaate on kuitenkin perinteinen, eli mittaussignaalia verrataan mallin antamaan ja poikkeama kertoo mahdollisesta viasta. Mittaussignaalille ja mallille tehdään molemmille aallokemuunnos, mille lasketaan residuaalit. Tulokselle tehdään

sitten käänteinen aallokemuunnos eli signaalin rekonstruointi, minkä perusteella tehdään päätös vikaantumisesta ja laaditaan diagnoosi.

Li ym. (2001) ovat tutkineet aallokkeiden käyttöä pyörrevirtatarkastuksessa. Menetelmällä poistetaan signaalista kohinaa, jolloin pyörrevirtamittauksen tarkkuutta on voitu parantaa. Signaalin käsittely sekvenssi on pääpiirteissään seuraavankaltainen: signaalin esisuodatus, hajotus aallokkeiksi, aalokeparametrien modifiointi, signaalin rekonstruktio ja vian havainnointi. Parametrien modifioinnin avulla vahvistetaan vikasignaalia ja heikennetään kohinaa.

6 Signaalinkäsittelymenetelmien vertailu

Taulukossa 1 on vertailtu eri signaalin käsittelymenetelmien soveltamista käytäntöön. Taulukko ei ole täydellinen menetelmävalikoima, mutta siihen on sisällytetty käytetyimmät ja tunnetuimmat menetelmät signaalin tietosisällön erittelemiseksi.

Taulukko 1. Valikoitujen signaalinkäsittelymenetelmien vertailu.

Menetelmä	Toiminta	Sovelluskohteet
Wigner-Ville	Signaalin hajotus aika-taajuustasolle	Epätarkkuudesta johtuen menetelmää ei juuri käytetä
Aallokkeet	Äärellisen pituisen signaalin hajotus aika-taajuustasolle	Hyvän resoluution omaava menetelmä ja sovelletaan epäjatkuvien signaalien analysointiin – epäsäännöllisesti tapahtuvien ilmiöiden havainnointi. Pulmana on puute parametreista.
FFT (DFT)	Äärellisen pituisen signaalin hajotus taajuuskomponentteihin	Säännöllisten ja jatkuvien ilmiöiden havainnointi, esimerkiksi laakerien vikataajuudet. Käytetyin menetelmä kunnonvalvonnassa.
Hilbert muunnos	Signaalin demodulaatio ja tasasuuntaus	Verhokäyrävalvonta – sopii hitaasti pyörivien koneiden kunnonvalvontaan

7 Yhteenvedo

Tässä selvityksessä on tarkasteltu diskreetille Fourier-muunnokselle ja sen nopeasti suorittaville algoritmeille (nopea Fourier-muunnos eli FFT) vaihtoehtoisia menetelmiä, joista pääasiallisesti on keskitytty tärkeimpään eli diskreettiin aaloke-muunnokseen (DWT). Lisäksi on esitelty lyhyesti muita signaalin esitystapoja aika-taajuustasossa. Vaikkakin aallokkeiden soveltaminen esimerkiksi kohinan poistossa on jo hyvinkin tunnettua tekniikkaa, ei aallokkeiden käytölle ole vielä vakiintunut varsinaisia selkeitä sovellustapoja vikadiagnostiikkaan tai kunnonvalvontaan. Eräs tähän vaikuttava seikka lienee se, että pääasiallisesti kunnonvalvonnan ja diagnostiikan menetelmiä kehitetään laakerien valvontaan. Laakereista mitattavat signaalit ovat yleisesti ottaen jaksollisia, jolloin poikkeamat voidaan havaita helposti esimerkiksi FFT:n avulla. Aallokkeiden käytöllä ei tässä tapauksessa voida tuoda paljoakaan lisäarvoa, paitsi edellä mainitun kohinan poiston avulla. Aallokkeiden suurimmat hyödyt tulevat esille

kun analysoidaan ajan suhteen muuttuvia signaaleja. Tällaisiin kohteisiin kehitetyt menetelmät ovat edelleen pääasiassa tutkimuksen alaisina.

Lähdeviitteet

- Cohen, L., Time-Frequency Distributions - A Review. Proceedings of the IEEE, Vol. 77, 1989, pp. 941 - 981.
- Frazier, M., An Introduction to Wavelets through Linear Algebra. Springer-Verlag, New York, 1999, 501 sivua.
- Goodwin, M., Adaptive Signal Models: Theory, Algorithms and Audio Applications. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1998, 248 sivua.
- Graps, A., Amara's Wavelet Page, <http://www.amara.com/current/wavelet.html>, 2000.
- Graps, A., An Introduction to Wavelets. IEEE Computational Sciences and Engineering, Vol 2, 1995, pp 50-61.
- Haykin, S., An Introduction to Analog and Digital Communications. John Wiley & Sons, 1989, 652 sivua.
- Li, Y., Kurfess, T., Liang, S., Stochastic Prognostics for Rolling Element Bearings. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol 14 (2000), pp. 747 – 762.
- Lin, J., Feature Extraction of Machine Sound Using Wavelet and its Application in Fault Diagnosis. NDT&E International, Vol 34 (2001), pp. 25 – 30.
- Li, L., Tsukada, K., Hanasaki, K., A Novel Signal Processing Approach To Eddy Current Flaw Detection Based on Wavelet Analysis. COMADEM 2001. 14th International Congress on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management, September 4 – 6, Manchester, England. Elsevier Science Ltd, 2001, pp. 153 – 160.
- Mori, K., Kasashima, N., Yoshioka, T., Ueno, Y., Prediction of Spalling on a Ball Bearing by Applying the Discrete Wavelet Transform to Vibration Signals. Wear, Vol 195 (1996), pp. 162 – 168.
- Mustonen, M., Tervo, J., Monitoring of Linear Guides by Measurement of Acoustic Emission, Vibration and Sound Level. VTT Report BVAL73-001059 (in Finnish), VTT Manufacturing Technology, Espoo, 2001.
- Newland, D., An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis. Longman Scientific and Technical, England, 3. painoksen uusintapainos, 1994, 477 sivua.

Paya, B., Esat, I., Artificial Neural Network Based Fault Diagnostics of Rotating Machinery Using Wavelet Transforms as a Preprocessor. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol 11 (1997), pp. 751 – 765.

Paya, B., Esat, I., Badi, M., Vibration Fault Detection in Gearboxes and Bearings. COMADEM 2000. 13th International Congress on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management, December 3 – 8, Houston, Texas, USA. The Society for Machinery Failure Prevention Technology, Haymarket, Virginia, USA, 2000, pp. 787 – 795.

Polikar, R., Wavelet Tutorial.

<http://www.public.iastate.edu/~rpolikar/WAVELETS/WTtutorial.html>, 2000.

Qi, G., Wavelet –based AE Characterization of Composite Materials. *NDT&E International*, Vol 33(2000), pp. 133 – 144.

Shi, Z., Wang, J., Zhao, H., Yue, H., the Wavelet Analysis Applied for Fault Detection of an Electro-Hydraulic Servo System. COMADEM 2001. 14th International Congress on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management, September 4 – 6, Manchester, England. Elsevier Science Ltd, 2001, pp. 161 – 168.

Tandon, N., Choudbury, A., A review of Vibration and Acoustic Measurement Methods for the Detection of Defects in Rolling Element Bearings. *Tribology International*, Vol 32 (1999), pp. 469 – 480.

Thomson, W., Theory of Vibration with Applications. Prentice Hall, New Jersey, 4. painos, 1993, 546 sivua.

Vidquist, V., telan vierintälaakerin värähtelyyn perustuvan kunnonvalvonnan kehittäminen. Diplomityö, Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, 2001.

Wovk, V., Machinery vibration: measurement and analysis. McGraw-Hill Inc., 1991, 358 sivua.

Yoshida, A., Ohue, Y., Ishikawa, H., Diagnosis of Tooth Surface Failure by Wavelet Transform of Dynamic Characteristics. *Tribology International*, Vol 33 (2000), pp. 273 – 279.

Yoshioka, T., Korenaga, A., Mano, H., Yamamoto, T., Diagnosis of Rolling Bearing by Measuring Time Interval of AE Generation. *Transactions of the ASME*, Vol. 121 (1999), pp. 468 - 472.